

**MATEMATIKA KISÉRETTSÉGI – JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ**  
2012. május 15.

**I. rész**

1. feladat	Pont	Megjegyzés
$5110 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 73$	1 pont	
A keresett nyereszám: 73.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	

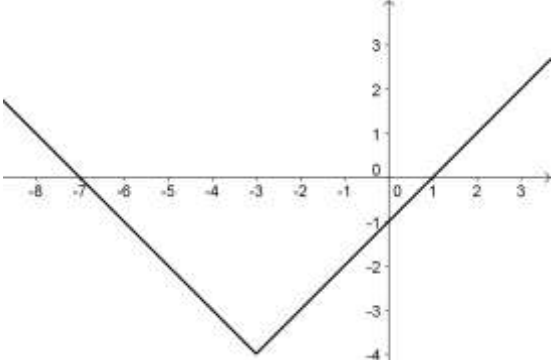
2. feladat	Pont	Megjegyzés
$\frac{20 \cdot 90.000 + 2 \cdot 250.000 + 1.170.000}{23} =$	1 pont	
$\frac{3.470.000}{23} = 150.869,5652$	1 pont	
Az átlagkereset: 150.870 Ft.	1 pont	<i>Nem megfelelően kerekített érték esetén nem jár a pont.</i>
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	

3. feladat	Pont	Megjegyzés
A középponti szög kétszerese a kerületi szögnek. ( $\beta = 2\alpha$ )	1 pont	
$\alpha + 2\alpha = 129^\circ$ , vagyis a kerületi szög: $\alpha = 43^\circ$	1 pont	$\beta + \beta/2 = 129^\circ$
A középponti szög nagysága: $86^\circ$ .	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	

4. feladat	Pont	Megjegyzés
A lányok száma: $0,52 \cdot 75 = 39$ fő.	1 pont	48% fiú
A fiúk száma: $75 - 39 = 36$ fő.	1 pont	$0,48 \cdot 75 = 36$ fiú
A nem rendszeresen focizó fiúk száma: 24 fő.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	

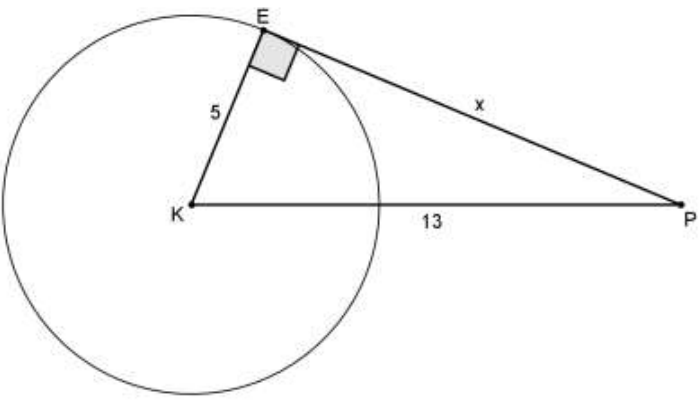
5. feladat	Pont	Megjegyzés
Válasz: Szőke hajú nők.	2 pont	

6. feladat – 1. megoldás (algebrai úton)	Pont	Megjegyzés
Az $ x + 3  - 4 = 0$ egyenletet kell megoldani.	1 pont	
$x + 3 = 4$ vagy $x + 3 = -4$	1 pont	
A függvény zérushelyei: $x_1 = 1$ és $x_2 = -7$ .	1 pont	

6. feladat – 2. megoldás (ábrázolással)	Pont	Megjegyzés
	2 pont	
A függvény zérushelyei: 1 és -7.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	

7. feladat	Pont	Megjegyzés
$f(6) = \frac{\sqrt{2 \cdot 6 - 3}}{6^2 + 4}$	1 pont	
A helyettesítési érték: $\frac{3}{40} = 0,075$	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	

8. feladat	Pont	Megjegyzés
Válasz: A téglalast térfogata a nyolcszorosára nő.	2 pont	

9. feladat	Pont	Megjegyzés
<p>Ábra:</p> 	1 pont	
A Pitagorasz-tétel alapján: $x^2 + 5^2 = 13^2$	1 pont	
Az érintőszakasz hossza: 12 cm.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	

10. feladat	Pont	Megjegyzés
$\text{ÉK}_f = [4; +\infty[$	2 pont	

11. feladat	Pont	Megjegyzés
Háromszor annyi gép harmad annyi idő alatt gyártaná le.	1 pont	
Válasz: 4 nap alatt gyártaná le 24 gép az alkatrészeket.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	

12. feladat	Pont	Megjegyzés
$(n - 2) \cdot 180^\circ = 2520^\circ$	1 pont	
A sokszög oldalainak száma: $n = 16$ .	1 pont	
A belső szögek nagysága: $157,5^\circ$ .	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	

## II. rész

13. a) feladat	Pont	Megjegyzés
A számtani közép: $\frac{\frac{9}{5} + 5}{2} = \frac{1,8 + 5}{2} = 3,4$	1 pont	
A mértani közép: $\sqrt{\frac{9}{5} \cdot 5} = 3$	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	

13. b) feladat	Pont	Megjegyzés
A számtani közép: $\frac{x+3}{2}$	1 pont	
A mértani közép: $\sqrt{3x}$	1 pont	
Az $\frac{x+3}{2} - \sqrt{3x} = 24$ egyenletet kell megoldani.	2 pont	
$\frac{x+3}{2} - 24 = \sqrt{3x}$ $\frac{x-45}{2} = \sqrt{3x}$	1 pont	
$\frac{x^2 - 90x + 2025}{4} = 3x$ $x^2 - 102x + 2025 = 0$	1 pont	
A diszkrimináns: $D = 102^2 - 4 \cdot 2025 = 2304$	1 pont	
Az egyenlet gyökei: $x_{1,2} = \frac{102 \pm 48}{2}$ , vagyis $x_1 = 75$ és $x_2 = 27$ .	1 pont	
Ellenőrzés: 1) $\frac{75+3}{2} - \sqrt{3 \cdot 75} = 39 - 15 = 24 \checkmark$ 2) $\frac{27+3}{2} - \sqrt{3 \cdot 27} = 15 - 9 = 6 \neq 24$	1 pont	
Tehát a másik szám a <b>75</b> .	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>10 pont</b>	

<b>Összesen</b>	<b>12 pont</b>	
-----------------	----------------	--

14. a) feladat	Pont	Megjegyzés										
<p>Az 1 főre jutó középponti szög: <math>\frac{360^\circ}{120} = 3^\circ</math>, vagy</p> <p>a keresett létszámokat az <math>\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 120</math> fő összefüggéssel számolja.</p>	1 pont											
<table border="1"> <tr> <td>Mindhárom műsort nézte</td> <td>32 fő</td> </tr> <tr> <td>Két műsort nézett</td> <td>20 fő</td> </tr> <tr> <td>Egy műsort nézett</td> <td>62 fő</td> </tr> <tr> <td>Egy műsort sem nézett</td> <td>6 fő</td> </tr> <tr> <td>Megkérdezettek összesen</td> <td>120 fő</td> </tr> </table>	Mindhárom műsort nézte	32 fő	Két műsort nézett	20 fő	Egy műsort nézett	62 fő	Egy műsort sem nézett	6 fő	Megkérdezettek összesen	120 fő	2 pont	2 jó adat – 1 pont 4 jó adat – 2 pont
Mindhárom műsort nézte	32 fő											
Két műsort nézett	20 fő											
Egy műsort nézett	62 fő											
Egy műsort sem nézett	6 fő											
Megkérdezettek összesen	120 fő											
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>											

14. b) feladat	Pont	Megjegyzés
A Megasztárt nem nézők száma: $0,55 \cdot 20 = 11$ fő.	1 pont	
Az X-faktort nem nézők száma: $0,2 \cdot 20 = 4$ fő.	1 pont	
A Csillag Születik-et nem nézte: $20 - (11+4) = 5$ fő.	1 pont	
Csak a Csillag Születik-et nézte: $65 - (32+11+4) = 18$ fő.	1 pont	
Csak a Megasztárt nézte: $53 - (32+4+5) = 12$ fő.	1 pont	
Csak az X-Faktort nézte: $80 - (32+11+5) = 32$ fő.	1 pont	
A kitöltött halmazábra:		
	3 pont	32 és 6 - 1 pont 4, 11 és 5 - 1 pont 18, 12 és 32 - 1 pont
<b>Összesen</b>	<b>6 pont</b>	

14. c) feladat	Pont	Megjegyzés
A lehetőségek száma $3^8$ , vagyis	2 pont	
<b>6561-féleképpen</b> lehet kitölteni egy ilyen kérdőívet.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	

<b>Összesen</b>	<b>12 pont</b>	
-----------------	----------------	--

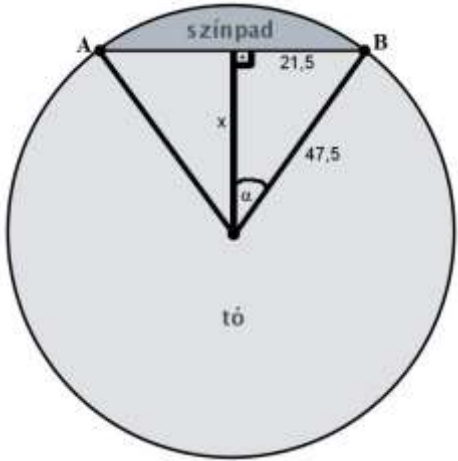
15. a) feladat										Pont	Megjegyzés
A kieső pontszámok: 7,75; 8,25; 8,0; 8,75										1 pont	
Bíró	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.		
Pontszám	7,75	8,0	8,25	8,0	8,75	8,25	8,0	8,75	8,5		
A pontszámok összege: 41,5										1 pont	
Tehát az ugrás összpontszáma: $2,6 \cdot 41,5 = 107,9$										1 pont	
Összesen										3 pont	

15. b) feladat										Pont	Megjegyzés
Átlag: $\frac{7,75 + 8 + 8,25 + 8 + 8,75 + 8,25 + 8 + 8,75 + 8,5}{9} = \frac{74,25}{9} = 8,25 \text{ pont}$										1 pont	
Módusz: A leggyakoribb elem a <b>8 pont</b>										1 pont	
Növekvő sorrendben: 7,75; 8; 8; 8; 8,25; 8,25; 8,5; 8,75; 8,75 9 elem közül a középső az ötödik, tehát a medián a <b>8,25 pont</b> .										1 pont	
Összesen										3 pont	

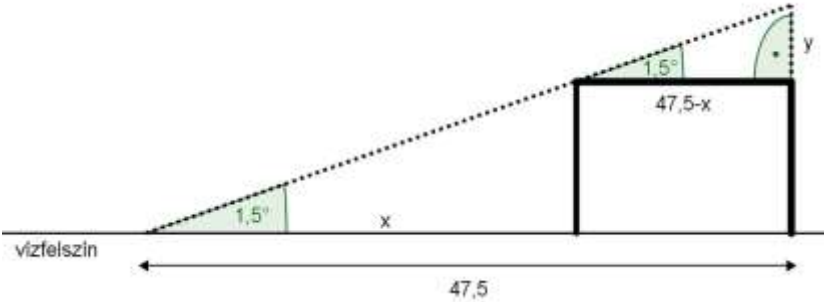
15. c) feladat										Pont	Megjegyzés
A lehetőségek száma: 6!										1 pont	
Vagyis <b>720-féleképpen</b> alakulhat ki a végső sorrend.										1 pont	
Összesen										2 pont	

15. d) feladat										Pont	Megjegyzés
Az első két helyen $6 \cdot 5 = 30$ féleképpen alakulhat a sorrend.										1 pont	
A harmadik helyen a maradék 4 csapat között hatféleképpen alakulhat a holtverseny. (AB, AC, AD, BC, BD, CD)										2 pont	$\binom{4}{2} = 6$
Tehát a lehetőségek száma: $30 \cdot 6 = 180$ .										1 pont	
Összesen										4 pont	

Összesen										12 pont	
----------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---------	--

16. a) feladat	Pont	Megjegyzés
	1 pont	
$\sin \alpha = \frac{21,5}{47,5} \approx 0,4526 \rightarrow \alpha = 26,91^\circ$	1 pont	
$x^2 + 21,5^2 = 47,5^2 \rightarrow x = \sqrt{1794} \approx 42,356$ (méter)	1 pont	
Az egyenlőszárú háromszög területe: $T_1 = \frac{43 \cdot 42,356}{2} = 910,65$ (m <sup>2</sup> )	1 pont	
A körcikk területe: $T_2 = 47,5^2 \pi \cdot \frac{53,82^\circ}{360^\circ} = 1059,69$ (m <sup>2</sup> )	1 pont	
A színpad területe: $T = T_2 - T_1 = \mathbf{149,04 \text{ m}^2}$ .	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>6 pont</b>	

16. b) feladat	Pont	Megjegyzés
1 tekercs bruttó ára: $860 \cdot 1,25 = 1075$ Ft	1 pont	
Az AB ív hossza: $2 \cdot 47,5 \pi \cdot \frac{53,82^\circ}{360^\circ} = 44,62$ (méter)	1 pont	
A színpad kerülete: $43 + 44,62 = 87,62$ (méter)	1 pont	
$\frac{87,62}{15} = 5,84$ , tehát 6 db tekerésre van szükség.	1 pont	
Vagyis $6 \cdot 1075 = \mathbf{6450 \text{ Ft-ot}}$ kell a szervezőknek költeniük.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>5 pont</b>	

16. c) feladat	Pont	Megjegyzés
	2 pont	
A színpad szélessége közepén: $47,5 - x = 5,144$ (méter)	1 pont	
$\text{tg} 1,5^\circ = \frac{y}{5,144}$	1 pont	
$y = 5,144 \cdot \text{tg} 1,5^\circ = 0,1347$ (méter) $\approx 13,5$ cm	1 pont	
$13,5 \text{ cm} > 8 \text{ cm}$ , emiatt Elemér nem látja a poharat.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>6 pont</b>	

<b>Összesen</b>	<b>17 pont</b>	
-----------------	----------------	--

17. a) feladat	Pont	Megjegyzés
A termelés negyedévente 1,04-szorosára nő.	<b>1 pont</b>	<i>Ha ez a gondolat a megoldás során derül ki, akkor is jár a pont.</i>
A vizsgált időszakban 7 negyedév telik el.	<b>1 pont</b>	
Így a termelés 2012. I. negyedévében: $19.800 \cdot 1,04^7 (= 26.055,45)$ ,	<b>1 pont</b>	
vagyis százasokra kerekítve <b>26100 db</b> a termelés.	<b>1 pont</b>	<i>A helyes kerekítéssel megadott válaszáért jár a pont.</i>
<b>Összesen</b>	<b>4 pont</b>	

17. b) feladat	Pont	Megjegyzés
2010. II. negyedévét megelőzően negyedévente 1,07-dal kell osztani.	<b>1 pont</b>	<i>Ha ez a gondolat a megoldás során derül ki, akkor is jár a pont.</i>
A vizsgált időszakban 5 negyedév telik el.	<b>1 pont</b>	
Így a termelés 2009. I. negyedévében: $\frac{19800}{1,07^5} (= 14117,13)$ ,	<b>1 pont</b>	
vagyis százasokra kerekítve <b>14100 db</b> volt a termelés.	<b>1 pont</b>	<i>A helyes kerekítéssel megadott válaszáért jár a pont.</i>
<b>Összesen</b>	<b>4 pont</b>	

Megjegyzés:

2009				2010				2011				2012
I.	II.	III.	IV.	I.	II.	III.	IV.	I.	II.	III.	IV.	I.
<b>14117</b>	15105	16163	17294	18505	<b>19800</b>	20592	21416	22272	23163	24090	25053	<b>26055</b>

17. c) feladat	Pont	Megjegyzés
Zérushelyek meghatározása: $D=81-72=9$ , $x_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{2} \wedge \begin{matrix} x_1 = 6 \\ x_2 = 3 \end{matrix}$	<b>2 pont</b>	
Tehát $6-3 = 3$ órán keresztül volt fagypont alatt a hőmérséklet.	<b>1 pont</b>	
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	

17. d) feladat	Pont	Megjegyzés
A hőmérséklet kezdetben: $T(0) = 18 \text{ °C}$ .	<b>1 pont</b>	
A legalacsonyabb értéket $\frac{6+3}{2} = 4,5$ óra elteltével érte el a hőmérséklet.	<b>1 pont</b>	
A legalacsonyabb hőmérséklet: $T(4,5) = 4,5^2 - 9 \cdot 4,5 + 18 = -2,25 \text{ °C}$	<b>1 pont</b>	
Vagyis $18 - (-2,25) = 20,25 \text{ °C}$ -ot csökkent a hőmérséklet összesen.	<b>1 pont</b>	
<b>Összesen</b>	<b>4 pont</b>	

17. e) feladat	Pont	Megjegyzés
Összesen $2 \cdot 4,5 = 9$ óra telt el.	<b>2 pont</b>	

<b>Összesen</b>	<b>17 pont</b>	
-----------------	----------------	--